

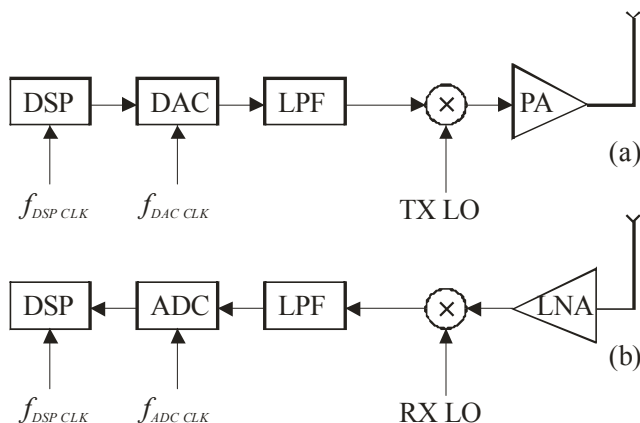
## PROGRAMABILNO KOLO ZA PROMENU FREKVENCIJE UZORKOVANJA

Miloš Petković, *Elektronski fakultet Niš*, [misa5ko@yahoo.com](mailto:misa5ko@yahoo.com)  
 Srđan Milenković, *Elektronski fakultet Niš*, [srdjan@milenkovici.net](mailto:srdjan@milenkovici.net)

**Abstract** – U ovom radu biće opisana realizacija kola za promenu frekvencije uzorkovanja (*resampler-a*) namenjenog za primenu u bežičnim komunikacionim sistemima. Cilj je da se projektuje kolo koje podržava različite standarde i različite brzine protoka u okviru istih standarda. Predložen je trostepeni resampler koji u poređenju sa klasičnim rešenjem pokazuje značajne uštede FPGA resursa. Kolo je opisano u VHDL-u, simulirano i sintetizovano za Altera Stratix II FPGA.

## 1. UVOD

Uprošćeni blok dijagram tipičnog bežičnog digitalnog komunikacionog sistema je prikazan na Slici 1.



Slika 1. Uprošćeni blok dijagram digitalnog komunikacionog sistema

Na strani predajnika, DSP blok obavlja digitalnu modulaciju, generiše digitalne signale koje DAC konvertuje u analogni domen. S druge strane, ADC prvo konvertuje primljeni signal u digitalni domen a dobijeni podaci se dalje digitalno obrađuju u prijemnom DSP bloku. Postoji više standarda za bežični prenos podataka [1-3]. Standardi se međusobno razlikuju kako po tipu modulacije tako i po širini opsega modulisanog signala. To znači da različiti standardi zahtevaju različite frekvencije sistemskog takta. U aplikacijama gde se zahteva podrška više standarda, poželjno je fiksirati frekvenciju DAC/ADC blokova kako bi se optimizovao džiter i fazni šum kristal oscilatora. To znači da bi u tom slučaju DAC/ADC radili na različitoj frekvenciji od DSP bloka. Iz tog razloga postoji potreba za blokom koji će konvertovati frekvenciju uzorkovanja od  $f_{dsp\_CLK}$  na  $f_{dac\_CLK}$  na predaji i od  $f_{adc\_CLK}$  na  $f_{dsp\_CLK}$  na prijemu. Obično je  $f_{dac\_CLK} = f_{adc\_CLK}$  i DAC/ADC koriste isti takt kao i RF oscilatori. Cilj ovog rada jeste da se projektuje kolo za promenu frekvencije uzorkovanja koje će omogućiti da se frekvencija AD/DA konvertora ne menja ( $f_{dac\_CLK} = f_{adc\_CLK} = 40\text{Mz}$ ) i koji će podržavati postojeće 3G WCDMA [1], WiMAX [2] i dolazeći LTE [3] standard kao što je specificirano u Tabeli 1.

Tabela 1. Standardi i njihove brzine protoka za koje se projektuje programabilni resampler karakteristika kao u kolonama L i M.

Standard	Ulazna frek. uzorkov. [MS/s]	Iskorišćenost propusnog opsega [%Niquist]	L	M	L/M
WCDMA	7.68	50	125	24	5.21
LTE	15.36	65.10	125	48	2.60
LTE	19.2	52.08	25	12	2.08
LTE	30.72	65.10	125	96	1.30
LTE	38.4	52.08	25	24	1.04
WiMAX	8	43.75	5	1	5
WiMAX	16	43.75	5	2	2.5
WiMAX	32	43.75	5	4	1.25

U istoj tabeli kao L/M naznačen je faktor korekcije frekvencije uzorkovanja kojim se frekvencija uzorkovanja ulaznog signala svodi na željenu frekvenciju uzorkovanja od 40MS/s.

Ovaj rad organizovan je na sledeći način. U narednom odeljku teorijski je obrađen problem promene frekvencije uzorkovanja. U trećem odeljku prikazano je originalno rešenje realizacije kola koje podržava sve standarde specificovane u Tabeli 1. U četvrtom odeljku dati su rezultati simulacije. Kolo je realizovano na Stratix II FPGA čipu.

## 2. PROMENA FREKVENCIJE UZORKOVANJA

Proces promene frekvencije uzorkovanja signala naziva se *resampling* [4, 5]. Shodno tome, kolo koje to omogućava naziva se *resampler*. U slučaju kada je potrebna veća frekvencija uzorkovanja, onda se proces naziva interpolacija, a u suprotnom slučaju decimacija. Da bi se bolje shvatili načini digitalne konverzije frekvencije uzorkovanja najpre ćemo se posvetiti analognom način konverzije frekvencije uzorkovanja.

Ako je potrebno uraditi decimaciju signala, u analognom domenu, onda se digitalni signal prvo konvertuje pomoću D/A konvertora u analogni. Potom se analogni signal filtrira kako bi se uklonile sve komponente signala sa frekvencijama iznad dvostruke frekvencije uzorkovanja, koja je poznata kao *Niquist*-ova,  $f_N$ , frekvencija. Ukoliko se signal ne filtrira, sve komponente signala sa višom frekvencijom od *Niquist*ove, preslikaće se u opseg korisnog signala, tj. doći će do pojave *aliasing*-a. Drugim rečima komponente signala sa frekvencijama  $f > f_N$ , uzorkovane sa frekvencijom  $f_s$ ,

preslikavaju se na frekvencije  $n:f_s \pm f$ ,  $n=0,1,2,\dots$ , u opseg korisnog signala, čime se narušava njegov integritet. Na kraju se filtrirani signal uzorkuje novom frekvencijom, a zatim digitalizuje.

Slično, decimacija u digitalnom domenu zahteva primenu *antialiasing* filtra. On se realizuje kao FIR ili IIR filtar. Nakon filtriranja decimacija podrazumeva da se uzimaju samo  $M$ -ti uzorci signala, gde je broj  $M$  faktor decimacije, odnosno broj koji pokazuje koliko je puta niže frekvencija uzorkovanja. Ovakav postupak decimacije izvodljiv je samo kada je  $M$  ceo broj.

Kako je interpolacija suprotni proces od decimacije intuitivno je jasno da će ponovo biti potreban filtar radi sprečavanja izobličenja spektra korisnog signala. Neka je potrebno interpolirati signal tako da je njegova nova frekvencija uzorkovanja  $L$  puta veća. To znači da treba interpolirati  $L-1$  novu vrednost uzoraka između svaka dva uzorka originalnog signala. Postoji više načina da se uradi interpolacija. Jedan od tipičnih je sledeći. Najpre se u originalni signal između svaka dva uzorka ubaci  $L-1$ -na nula, čime se broj uzoraka ukupnog signala poveća  $L$  puta, pa se dobije signal  $L$  puta više frekvencije uzorkovanja. Nakon ubacivanja nula dobija se signal u čijem se spektru nalazi preslikan opseg prvobitnog signala, oko frekvencija  $k(f_s/2)/L$  gde je  $f_s$  nova frekvencija uzorkovanja, a  $k=1,2,3,\dots$ . Od interesa je samo jedna slika osnovnog signala, koja se nalazi u opsegu od 0 do  $(f_s/2)/L$ . Ukoliko se normalizuju frekvencije sa novom frekvencijom uzorkovanja, onda je njen opseg od 0 do  $\pi/L$ . Znači filtar kojim treba odstraniti druge slike, treba da ima propusni opseg od 0 do  $\pi/L$ . Takođe, pošto su amplitude svih slika smanjene  $L$  puta, kao posledica interpolacije, onda pojačanje filtra u propusnom opsegu mora da bude  $L$ , kako bi se gubitak nadoknadio. Kao i u slučaju sa decimacijom, ovakav način interpolacije je izvodljiv samo ukoliko je  $L$  ceo broj.

Ako je potrebno izvesti interpolaciju ili decimaciju za neki broj koji nije ceo, odnosno za broj koji se može prikazati u racionalnom obliku kao količnik  $L/M$ , onda se to postiže prvo interpolacijom za  $L$  puta, a potom decimacijom za  $M$  puta, gde su  $L$  i  $M$  celi brojevi. Logično je da interpolacija prethodi decimaciji jer se time umanjuje greška interpolacije. Pored toga, tada je moguće da se interpolacioni i decimacioni filtar objedine. Naime, filtriranje se kod interpolacije radi na kraju, a kod decimacije na početku, tako da se izborom redosleda interpolacija pre decimacije, ova dva filtra nalaze jedan do drugog, pa je logično objединiti ih.

Neka je  $f_{S1}$  frekvencija uzorkovanja osnovnog signala, a  $f_{S2}$  frekvencija uzorkovanja među signala, koja je  $L$  puta veća od  $f_{S1}$ , i ujedno radna frekvencija filtra. Propusni opseg interpolacionog filtra, normalizovan sa frekvencijom  $f_{S2}$ , kao što je već rečeno, je od 0 do  $\pi/L$ . Neka je  $f_{S3}$  frekvencija uzorkovanja koju želimo da postignemo kao krajnju, koja je  $M$  puta manja od  $f_{S2}$ , odnosno iznosi  $L/M$  puta  $f_{S1}$ . Ukoliko se ne uklone decimacionim filtrom, komponente spektra signala javiće se na frekvencijama  $n f_{S3}$ ,  $n=0,1,2,\dots$ . Na osnovu prethodnog sledi da je potrebno filtrirati frekvencije od 0 do  $f_{S3}$ . Normalizacijom sa  $f_{S3}/M$  filtra koji radi na frekvenciji  $f_{S2}$ , dobija se propusni opseg od 0 do  $\pi/M$ . Na osnovu prethodno rečenog sledi da prilikom objedinjavanja interpolacionog i decimacionog filtra treba za granicu propusnog opsega

izabrati  $\min(\pi/L, \pi/M)$ . Do sada je pretpostavljano da je iskorišćenost propusnog opsega maksimalna, od nula do polovine frekvencije uzorkovanja. Ako je opseg korisnog signala  $p$  procenata onda se uslov za graničnu frekvenciju filtra uzima  $\min(\pi/L, \pi/M) \cdot p\%$ . Poželjno je, takođe, izabrati strukturu filtra koja uvodi minimalna fazna izobličenja ili još bolje da ne uvodi fazna izobličenja, što je osobina FIR filtera.

### 3. NAČINI REALIZOVANJA RESAMPLING FILTRA

Kao što je rečeno, postoji više načina na koji može da se izvede interpolacija. Pomenutom tipu interpolacije odgovara polifazna struktura filtra. Ukoliko se uzme u obzir da nakon svakog uzorka originalnog signala sledi  $L-1$  nula, onda je očigledno da se računanje  $L$  izlaznih podataka iz filtra obavlja  $L$  puta, samo na osnovu fiksnog broja,  $k$ , istih uzoraka originalnog signala. Svaka serija od  $k$  uzoraka množi se sa  $L$  različitih setova koeficijenata kako bi se izračunale  $L$  narednih vrednosti izlaza filtra. Tako se celokupni filtar može izdeliti na  $L$  subfiltera, reda  $k$ , sa konstantnim, vremenski invarijantnim koeficijentima. Subfiltri imaju iste frekvencijske karakteristike, a faze su im pomerene za  $2\pi/L$ . Opisana struktura filtra naziva se polifazna struktura. Ovakvom filtru se, znači, dovodi direktno originalni signal, a ne originalni signal proširen nulama. Kako je na izlazu iz filtra bitan svaki  $M$ -ti uzorak, to nije potrebno da u jednom ciklusu između dva ulazna uzorka signala bude sračunato svih  $L$  izlaznih vrednosti, već svaka  $M$ -ta.

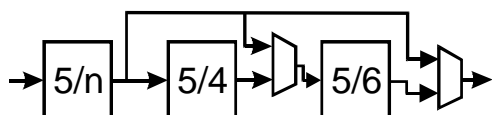
Koeficijenti subfiltera dobijaju se tako što se uzima svaki  $L$ -ti koeficijent filtra. Upotrebljava se FIR filtar kako bi se izbegla fazna izobličenja signala, po cenu većeg broja koeficijenata. Pri projektovanju FIR filtra može da se koristi proizvoljni metod. Konkretno, u slučaju koji je predmet ovog rada korišćen je metod najmanjeg kvadrata [5]. Pri tome uzeta je u obzir i iskorišćenost propusnog opsega. Iz Tabele 1. vidi se da je maksimalna iskorišćenost propusnog opsega 65%. Takođe se iz tabele vidi da maksimalna interpolacija iznosi 125, dok je maksimalna decimacija 96. Odatle sledi da bi propusni opseg filtra trebao da bude od 0 do  $\pi/125$ , a broj sub filtera bi trebao da bude 125. Zaključuje se da bi takav filtar imao veliki broj koeficijenata, da bi mu radna frekvencija bila dosta velika i da bi zahtevao dosta resursa FPGA-a.

Bolje rešenje je razbiti ceo problem promene frekvencije uzorkovanja na manje celine. Na primer slučaj promene 125/96 može se rešiti upotrebom redne veze tri *resamplera* sa karakteristikama 5/4, 5/4, 5/6. Deobom resamplera smanjuje se broj grana polifaznog filtra, u konkretnom slučaju, sa 125 na  $3 \times 5$ . Uz to, relaksiraju se uslovi za propusni opseg filtera. U konkretnom slučaju prva dva resamplera treba da imaju polifazni filtar granične frekvencije  $\pi/5$ , a treći  $\pi/6$ , što se ostvaruje sa znatno manjim brojem koeficijenata nego što to zahteva filtar čija je granična frekvencija  $\pi/125$ . Naravno razlaganje resamplera dovodi do povećanja kašnjenja, treba težiti da njihov broj bude mali. Konkretno, bilo je potrebno ostvariti vrednosti promene frekvencije date u Tabeli 1. Njihovom faktorizacijom došlo se do zaključka da se ceo proces konverzije može podeliti na tri dela, kao što je pokazano u Tabeli 2.

Tabela 2. Faktorizacija procesa promene frekvencije uzorkovanja (kolona 2) kao što je prikazano kolonom 6.

Standard	Ulazna frek. uzorkov. [MS/s]	L	M	L/M	L/M po fazi
WCDMA	7.68	125	24	5.21	(5/1)(5/4)(5/6)
LTE	15.36	125	48	2.60	(5/2)(5/4)(5/6)
LTE	19.2	25	12	2.08	(5/2)(5/6)
LTE	30.72	125	96	1.30	(5/4)(5/4)(5/6)
LTE	38.4	25	24	1.04	(5/4)(5/6)
WiMAX	8	5	1	5	(5/1)
WiMAX	16	5	2	2.5	(5/2)
WiMAX	32	5	4	1.25	(5/4)

Iz kolone 6 Tabele 2. vidi se da je dovoljno koristiti tri resamplera. Svaki bi imao fiksni faktor interpolacije od 5, a različite faktore decimacije. Takođe se zaključuje da je dovoljno da samo jedan od njih ima programirljiv odnos decimacije, a druga dva mogu imati konstantan faktor decimacije. Drugim rečima, u ovom slučaju dovoljno je da jedan ima programirljivi faktor decimacije od 1, 2 i 4, drugi da ima fiksni faktor 4, a treći, takođe fiksni decimacioni faktor od 6. Redom ovi resampleri obeleženi su kao  $5/n$ ,  $5/4$  i  $5/6$ . Iz Tabele 2. vidi se da prvi, drugi i četvrti standard zahtevaju primenu sva tri, pri čemu bi  $n$  bilo 1, 2 ili 4. U drugom i petom slučaju korišćeni bi bili  $5/n$  i  $5/6$ , gde je  $n=2$  ili 4. I konačno u slučaju seta tri WiMAX standarda, korišćen bi bio samo resampler  $5/n$ , gde bi  $n$  bilo 1, 2 ili 4. Redosled resamplera je usvojen da bude kao što su redom navođeni u šestoj koloni Tabele 2. Blok šema celog resamplera prikazana je na Slici 2.



Slika 2. Blok šema trostepenog resamplera.

Kod ovako poređanih resamplera ulazne i izlazne frekvencije uzorkovanja resamplera  $5/4$  i  $5/6$  uvek su iste. Ulazna frekvencija uzorkovanja za  $5/4$  uvek iznosi 38.4MS/s, a izlazna 48MS/s, dok su za  $5/6$  one 48MS/s i 40MS/s. Prilikom projektovanja filtra za  $5/4$ , a i za  $5/6$ , uzeto je u obzir i da je ulazni signal filtra već resamplovan osnovni ulazni signal, što ponovo relaksira graničnu frekvenciju filtra resamplera  $5/4$ , tj.  $5/6$ . Normalizovane granične frekvencije propusnog i nepropusnog opsega za svaki od filtara date su u Tabeli 3.

Filtari su projektovani da imaju slabljenje u nepropusnom opsegu od oko 100dB. Redovi filtara i njihova slabljenja u nepropusnom opsegu data su u Tabeli 3. Kao što se vidi, ukupan broj koeficijenata dobijen predloženom arhitekturom iznosi 201 dok je ostvareno slabljenje od 91dB. Za isti nivo slabljenja u nepropusnom opsegu, da nije korišćena trostepena struktura resamplera red filtra bio morao biti oko 1000.

Tabela 3. Normalizovane granične frekvencije propusnog i nepropusnog opsega filtara.

Filter za resampler	Fpass/Fs	Fstop/Fs	Red filtra	Slabljenje u nepropusnom opsegu
$5/n$	0.065	0.135	77	90.47
$5/4$	0.052	0.148	57	92.69
$5/6$	0.042	0.125	67	92.89

S obzirom da su redovi filtara resamplera  $5/n$ ,  $5/4$  i  $5/6$ , 77, 57 i 67 respektivno, a red subfiltra je  $L$  puta manji (zaokružen na veći celi broj), onda su redovi subfiltara resamplera 16, 12 i 14, respektivno. Za taktovanje filtara izabrana je frekvencija 160MHz, odnosno 4 puta veća frekvencija od frekvencije uzorkovanja signala na izlazu resamplera. Uzimajući u obzir mod rada, tj.  $n$  za  $5/n$ , frekvenciju uzorkovanja ulaznog signala i redove subfiltara, određen je broj množenja po ulaznom podatku stepena resamplera. Potom je, pod pretpostavkom da se jedno množenje po množaču obavlja tokom jedne periode takta, proračunat je minimalni broj množača po stepenu resamplera. On iznosi 5 za  $5/n$ , 4 za  $5/4$  i 4 za  $5/6$ . Radi jednostavnosti realizacije resamplera uzeto je da se računanje jednog izlaznog podatka stepena resamplera izvodi za dve periode takta. To znači da broj množača po stepenu iznosi polovinu reda subfiltra tog stepena resamplera. Tako su aritmetičke strukture za računanje izlaza stepena resamplera za  $5/n$ ,  $5/4$  i  $5/6$  skoro iste, samo što svaka od njih koristi 8, 6 i 7 množača, redom. Blok šema aritmetičke strukture za računanje izlaza subfiltara za stepen  $5/6$  data je na Slici 3.

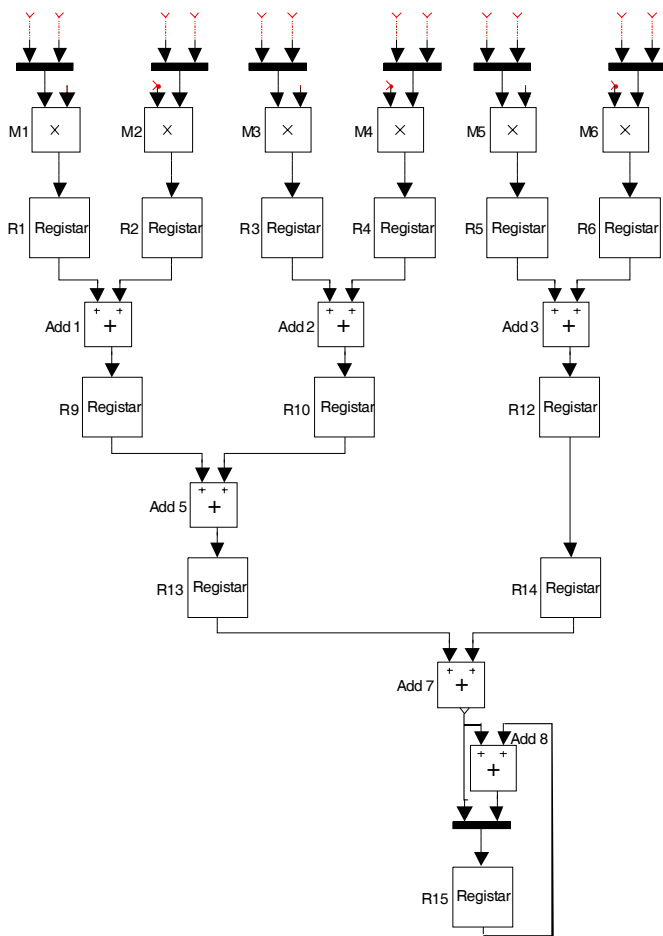
Ovo znači da je upotrebljeno 21 množača umesto 13, tj. 8 više od minimalnog broja, ali je zato struktura resamplera uprošćena i vreme projektovanja samim tim značajno smanjeno.

Sa Slike 3. vidi se da su stepeni resamplera protočne strukture. To znači da nakon dva ciklusa takta, iako odgovarajući izlazni podatak stepena nije sračunat, može da se započne računanje sledećeg izlaznog podatka. Takođe, nije potreban ni dodatni takt za učitavanje novog ulaza u stepen resamplera. Za sinhronizaciju razmene podataka između stepena resamplera korišćen je protokol sličan „hand-shake“ protokolu.

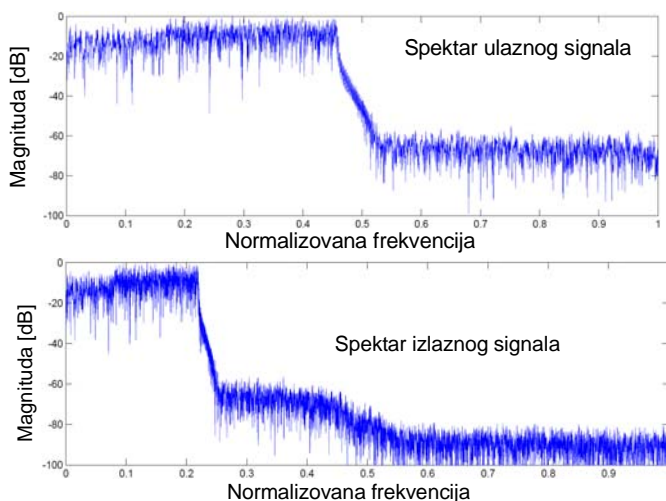
#### 4. REZULTATI SIMULACIJE

Da bi se testirao rad resamplera, najpre je pobuđen sinusnim signalom. Nakon verifikacije, resampler je pobuđen 1 uzorcima iz signala iz LTE standarda [3]. Na Slici 4. dati su spektri pobudnog LTE signala uzorkovanog frekvencijom 15.36MS/s i signala dobijenog na izlazu iz resamplera sa odnosom 125/48.

Apscise oba grafika na Slici 4 prikazuju normalizovane frekvencije. Normalizovani opseg ulaznog signala od 10MHz iznosi približno 0.6, dok je posle promene frekvencije uzorkovanja dobijen frekvencijski opseg izlaznog signala od 0.23. S obzirom da je frekvencija uzorkovanja izlaznog signala 40MS/s očigledno je da je dobijen isti opseg izlaznog signala od 10MHz.



Slika 3. Blok šema aritmetičke strukture resamplera 5/6.



Slika 4. Rezultati simulacije: spektar pobudnog LTE signala uzorkovan frekvencijom 15.36MS/s(gornji grafik) i spektar signala na izlazu iz resamplera za resampling odnos 125/48 (donji grafik)

#### 4. ZAKLJUČAK

U radu je prikazan postupak projektovanja programabilnog kola za promenu frekvencije uzorkovanja – resampler - realizovanog sa tri stepena. Kolo omogućava konverziju ulazno/izlaznih signala iz standarda WCDMA, WiMAX i LTE, sa frekvencijama uzorkovanja od 7.68, 15.36, 19.2, 30.72, 38.4, 8, 16 i 32MS/s u signal frekvencije uzorkovanja 40MS/s. Kolo je implementirano u Altera Stratix II FPGA čipu.

#### REFERENCES

- [1] ---, *Radio Transmission and Reception*, 3rd Generation Partnership Project (3GPP), Technical Specification Group, Radio Access Networks UTRA (BS) FDD, 3G TS 25.104, version 3.2.0, March 2000.
- [2] ----, *802.16-2004 IEEE Standard for Local and Metropolitan Networks, Part 16: Broadband Wireless Access System*, IEEE, 2004.
- [3] Rumney Moray, „3GPP LTE: Introducing Single-Carrier FDMA“, *Agilent Measurement Journal*, January 2008, pp 1- 10, <http://cp.literature.agilent.com/litweb/pdf/5989-7898EN.pdf>
- [4] Ronald E. Crochiere and Lawrence R. Rabiner, *Multirate Digital Signal Processing*, Prentice-Hall, 1983.
- [5] S. K. Mitra, J. F. Kaiser, *Handbook for Digital Signal Processing*, John Wiley & Sons, 1993.

Abstract-This paper describes design and implementation of the resampler for digital wireless communication systems. The goal is to design the resampler capable of supporting different modulation standards as well as different data rates within the same standards. Three stage architecture is proposed. Considerable FPGA resource saving is achieved as compared to classical approach. The resampler is described in VHDL, simulated and synthesised for Altera Stratix II FPGA.

#### PROGRAMABLE RESAMPLER DESIGN

Miloš Petković, Srdjan Milenković